**Matrices carrées**

**Objectif(s)**

Rappeler les définitions des matrices carrées.  
Préciser les règles de calcul sur les matrices carrées.

[Cours particuliers de Mathématiques niveau Lycée](https://www.livementor.com/cours-particuliers/Lycee/Mathematiques?widget=nov15&utm_source=http://www.cours.fr/)

**1. Définitions**

a. Matrice carrée

Soit *n* un entier naturel non nul.  
Une **matrice carrée d’ordre** ***n*** est une **matrice de dimension *n* ×** ***n***, autrement dit **une matrice à *n* lignes et *n* colonnes**.  
  
Si on note *A* = (*ai*,*j*) une telle matrice, les coefficients *ai*,*i*, à savoir ***a*1,1, *a*2,2, …, *an*,*n*,** sont les coefficients situés sur ce que l’on appelle **la diagonale principale**.

Exemple : http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405225.gif.

b. Matrice nulle et matrice identité

Soit *n* un entier naturel non nul.  
  
**La** **matrice nulle d’ordre *n*** est la matrice dont tous les **coefficients sont nuls** ; on la note **0*n***.  
  
**La** **matrice identité d’ordre** ***n*** est la matrice dont tous les coefficients sont nuls sauf ceux situés sur la diagonale principale qui sont eux, **égaux à 1** ; on la note ***In***.  
  
Pour toute matrice carrée d’ordre *n* notée *A*, on dispose des égalités *A*http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405227.gif*In* =*In*http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405241.gif*A* = *A*.

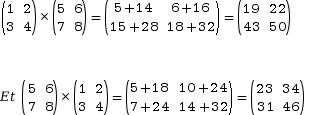
Exemple : http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405231.gif et http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405233.gif.

**2. Règles sur les opérations**

Les matrices carrées obéissent aux **règles générales** concernant les opérations matricielles, mais la multiplication est à manier avec précaution.  
  
On sait tous que 2http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405235.gif3 = 3http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405239.gif2. On dit que la multiplication des nombres est une opération commutative. Or ce n'est **pas du tout le cas pour le produit de deux matrices carrées**.

a. Règle 1 : le piège de la non-commutativité du produit matriciel

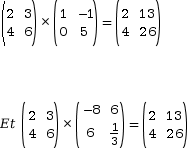
Il existe des couples (*A* ; *B*) de matrices carrées d’ordre *n* qui ne vérifient pas l’égalité : *A* × *B* = *B* × *A*.

Un petit exemple pour s'en convaincre :  
  
  
  
  
***Remarque***Pour tout couple (*a*, *b*) de nombres, si *a*http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405261.gif*b* = 0, alors *a* = 0 ou *b* = 0 ; on dit que le nombre 0 n’a pas de diviseurs. Or pour les matrices carrées, c'est particulier : **la matrice *0n* a des diviseurs.**..

b. Règle 2 : le piège des diviseurs de la matrice nulle

Il existe des couples (*A* ; *B*) de matrices carrées d’ordre *n* qui ne vérifient pas la proposition :

**A × B = 0 http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405267.gifA = 0 ou B = 0**

Un petit exemple pour s'en convaincre :  
  
http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405273.gif.  
  
***Remarque***  
Cette règle 2 induit un autre piège, à savoir qu’il peut exister deux matrices d’ordre *n* distinctes *B* et *C* et une matrice d’ordre *n* notée *A* telles que *A* × *B* = *A* × *C*.  
  
Exemple :  
  
  
  
Cependant, deux règles restent inchangées par rapport à celles sur les nombres :  
  
► Règle de **l'associativité** telle que : 2 × 3 × 4 = (2 × 3) × 4 = 2 × (3 × 4).  
► Règle de la **distributivité** de la multiplication sur l'addition : 2 × (3 + 4) = 2 × 3 + 2 × 4.

**Ces règles sont vraies pour les matrices carrées.**

c. Règle 3 : l'associativité et la distributivité de la multiplication sur l'addition

Pour tout triplet (*A*, *B*, *C*) de matrices carrées d’ordre *n*, on dispose des égalités suivantes :  
***A* × *B* × *C* = *A* × (*B* × *C*) = (*A* × *B*) × *C*  
*A* × (*B* + *C*) = *A* × *B* + *A* × *C*.**

Pour tout couple (*A*, *B*) de matrices carrées d’ordre *n* et pour tout réel *k*, on dispose des égalités :  
***k*http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405287.gif*AB* = (*k*http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405297.gif*A*)http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405289.gif*B* = *A*http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405293.gif(*k*http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/405223/img/4/0/5/2/405295.gif*B*).**